Al-FARABI KAZAKH NATIONAL UNIVERSITY

**Faculty of Mechanics and Mathematics**

**Control Theory Department**

**Tasks   
for independent works**

**Phase systems theory**

**Lecturer - Professor Simon Ya. Serovajsky**

**Almaty, 2010**

**List of examples**

One example for each student during the semester.

**1) ; ; **

**2) ; ; **

**3) ; ; **

**4) ; ; **

**5) ; ; **

**6) ; ; **

**7) ; ; **

The parameters  are arbitraries.

**Week 1-2**

**Task 1. Necessary conditions of optimality**

1. Determination of the function *Н* for the concrete example.
2. Determination of the conjugate equation.
3. Determination of the maximum principle.
4. Finding of the control from the maximum principle.
5. Analogical operation for the maximization problem.

**Неделя 3**

**СРС-3. Сходимость метода последовательных приближений   
для условий оптимальности**

Для заданного примера в соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Записать алгоритм метода последовательных приближений для решения условий оптимальности.
2. Опираясь на аналитическое решение прямой и сопряженной системы и подбирая соответствующим образом параметры задачи, обосновать сходимость метода последовательных приближений.
3. Найти решение оптимизационной задачи.

**Неделя 4**

**СРС-4. Обоснование достаточности условий оптимальности**

Для заданного примера в соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Найти остаточный член в формуле приращения функционала
2. Подобрать параметры задачи таким образом, чтобы гарантировать достаточность условий оптимальности.
3. Проверить, что произойдет, если рассматривается та же задача на максимум функционала.

**Неделя 5**

**СРС-5. Проверка экстремальной задачи на существование особого управления**

Для заданного примера в соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Подобрать параметры задачи таким образом, чтобы существовало особое управление.
2. Найти особое управление.
3. Проверить справедливость условия Келли для особого управления.
4. Проверить, что произойдет, если рассматривается та же задача на максимум функционала.

**Неделя 7**

**СРС-6. Проверка единственности решения конкретной экстремальной задачи**

Для заданного примера в соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Показать, что зависимость состояния от управления является линейной.
2. Подобрать параметры задачи таким образом, чтобы установить строгую выпуклость функционала.
3. Установить единственность оптимального управления.
4. Проверить, что произойдет, если рассматривается та же задача на максимум функционала.

**Неделя 8**

**СРС-7**. **Проверка существования решения конкретной экстремальной задачи**

Для заданного примера в соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Доказать выпуклость множества допустимых управлений.
2. Доказать замкнутость множества допустимых управлений.
3. Доказать непрерывность функционала.
4. В условиях выпуклости функционала (см. СРС-5) сделать заключение о существовании решения задачи

**Неделя 9**

**СРС-8**. **Вывод условий оптимальности   
для систем с закрепленным конечным состоянием**

Рассмотреть заданную задачу при наличии дополнительного условия: функция состояния в коечный момент времени принимает значение 1. В соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Получить систему необходимых условий оптимальности.
2. Записать алгоритм решения задачи на основе метода стрельбы.

**Неделя 11**

**СРС-9**. **Проверка корректности по Тихонову конкретной экстремальной задачи**

Для заданного примера в соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Подобрать параметры задачи таким образом, чтобы установить равномерную выпуклость функционала.
2. Установить при этих условиях корректность задачи по Тихонову
3. Проверить, что произойдет, если рассматривается та же задача на максимум функционала.

**Неделя 12**

**СРС-10**. **Проверка корректности по Адамару конкретной экстремальной задачи**

Рассмотреть заданную задачу, заменив в критерии оптимальности величину  на  где *z* – известная функция. В соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Доказать, что критерий оптимальности непрерывно зависит от *z* равномерно по управлению.
2. В условиях корректности задачи по Тихонову (см. СРС-8) установить корректность задачи по Адамару.

**Неделя 13**

**СРС-11**. **Вывод условий оптимальности для задачи с изопериметрическим условием**

Рассмотреть заданную задачу при наличии дополнительного условия:



В соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Вывести систему условий оптимальности.
2. Записать алгоритм решения задачи.

**Неделя 14**

**СРС-12**. **Анализ явления бифуркации**

Привести пример функции, зависящей от параметра, для которой соответствующее условие стационарности допускает явление бифуркации. На всем множестве параметров проверить, доставляют ли соответствующие точки стационарности экстремум функции.